Datum: 05.04.2017

Zwischenprüfung

I Mathematische Grundlagen (35 Pkt.)

1. (1 Pkt., 97%) Für das Betragsquadrat $|c|^2$ einer komplexen Zahl $c = u + \mathrm{i}v$ mit $u, v \in \mathbb{R}$ gilt

   ☐ $|c|^2 = \frac{1}{2}(c + c^*)$,
   ■ $|c|^2 = c^*c$,
   ☐ $|c|^2 = u^2 - v^2$,
   ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

2. (1 Pkt., 52%) Für das Betragsquadrat $|a + b|^2$ der Summe zweier komplexer Zahlen $a, b \in \mathbb{C}$ gilt

   ☐ $|a + b|^2 = a^2 + b^2 + 2ab$,
   ☐ $|a + b|^2 = |a|^2 + |b|^2$,
   ☐ $|a + b|^2 = |a|^2 + |b|^2 - 2\mathrm{Re}(ab^*)$,
   ■ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

3. (1 Pkt., 76%) Für den Imaginärteil einer komplexen Zahl $c \in \mathbb{C}$ gilt

- ■ $\mathrm{Im}(c) = -\frac{\mathrm{i}}{2}(c - c^*)$,
- □ $\mathrm{Im}(c) = \frac{1}{2}(c - c^*)$,
- □ $\mathrm{Im}(c) = \frac{\mathrm{i}}{2}(c - c^*)$,
- □ keiner der angegebenen Vorschläge.

4. (1 Pkt., 94%) Es gilt

- □ $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/4} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \mathrm{i})$,
- ■ $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/4} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \mathrm{i})$,
- □ $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/4} = \frac{1}{2}(1 + \mathrm{i})$
- □ $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/4} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{i} - 1)$.

5. (1 Pkt., 59%) Es gilt

- ■ $\sqrt{-\mathrm{i}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{i} - 1)$,
- □ $\sqrt{-\mathrm{i}} = -1$,
- □ $\sqrt{-\mathrm{i}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \mathrm{i})$,
- □ keiner der angegebenen Vorschläge.

6. (1 Pkt., 93%) Es gilt

- □ $\mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}\right) = -\sin\phi$,
- □ $\mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}\right) = \sin\phi$,
- ■ $\mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}\right) = \cos\phi$,
- □ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

7. (2 Pkt., 63%) Berechnen Sie die Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x) = 1 - 2x + 3(x-2)^2 - 4(1-2x)^3$ am Punkt $x = 1$

   - $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)\big|_{x=1} = \boxed{16}$.

8. (3 Pkt., 93%) Berechnen Sie die Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x) = \sin(ax^2 + x)$ am Punkt $x = 0$

   - $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)\big|_{x=0} = \boxed{1}$.

9. (4 Pkt., 22%) Das folgende bestimmte Integral der Funktion $f(x) = \mathrm{e}^{-k^2 r^2}$ mit $r^2 = x^2 + y^2$ lautet für $k \in \mathbb{R}$

   - $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y\, f(x) = \boxed{\pi/k^2}$.

10. (3 Pkt., 95%) Es gilt

    - $\int\limits_{0}^{\pi} \mathrm{d}x \cos x = \boxed{0}$.

11. (3 Pkt., 70%) Es gilt

    - $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}x \cos^2 x = \boxed{\pi}$.

12. (5 Pkt., 36%) Die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ um $x_0 = 0$ lautet bis zur quadratischen Ordnung in x

    - $f(x) = \boxed{1 + \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^4) \quad \text{the O(x4) is optional}}$.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

13. (2 Pkt., 70%) Für den Einheitsvektor in radialer Richtung gilt

- ☐ $\nabla \cdot \mathbf{n}_r = 2\,|\mathbf{r}|$,
- ☐ $\nabla \cdot \mathbf{n}_r = 2\mathbf{r}$,
- ☐ $\nabla \cdot \mathbf{n}_r = 2$,
- ■ keiner der angegebenen Vorschläge.

14. (2 Pkt., 39%) Für den radialen Abstand vom Ursprung gilt

- ☐ $\nabla r = \mathbf{r}$,
- ☐ $\nabla r = 0$,
- ■ $\nabla r = \mathbf{n}_r$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

15. (3 Pkt., 83%) Mit dem Laplace-Operator ∇^2 gilt für das Vektorfeld $\mathbf{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \sin x + \cos y \\ x^2 \\ z^2 \end{pmatrix}$

- ☐ $\nabla^2\mathbf{F} = -\sin x - \cos y + 2$,
- ☐ $\nabla^2\mathbf{F} = (-\sin x, 0, 2)^T$,
- ■ $\nabla^2\mathbf{F} = (-\sin x - \cos y, 2, 2)^T$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

16. (2 Pkt., 68%) Mit dem Laplace-Operator ∇^2 gilt für das skalare Feld $f(r) = r^2$ mit der Radiuskoordinate $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

- ■ $\nabla^2 f(r) = 6$,
- ☐ $\nabla^2 f(r)$ ist nicht definiert,
- ☐ $\nabla^2 f(r) = \mathbf{r}$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

II Elektromagnetische Felder und Wellen (65 Pkt.)

1. (3 Pkt., 93%) Die Dispersionsrelation in einem Medium mit Brechungsindex n lautet

- ☐ $\frac{\mathbf{k}}{k} = n^2 \frac{\omega^2}{c^2}$,
- ☐ $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = n \frac{\omega^2}{c^2}$,
- ■ $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = n^2 \frac{\omega^2}{c^2}$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

2. (3 Pkt., 93%) Die Wellenimpedanz Z eines Mediums ist definiert als

- ☐ $Z = \sqrt{\varepsilon \mu}$,
- ☐ $Z = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$,
- ■ $Z = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}}$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

3. (3 Pkt., 66%) In einem Medium mit Brechungsindex $n > 1$ ist die Wellenlänge elektromagnetischer Strahlung

- ☐ länger als im Vakuum,
- ■ kürzer als im Vakuum,
- ☐ identisch wie im Vakuum,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

4. (3 Pkt., 73%) In einem Medium mit Materialparametern $\mu, \varepsilon > 1$ ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer monochromatischen elektromagnetischen Welle

- ☐ $v = n\, c$,
- ■ $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon}}$,
- ☐ $v = \frac{\varepsilon}{\mu} c$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

5. (3 Pkt., 80%) Die (quellfreie) Wellengleichung für das reelle Magnetfeld im Vakuum lautet

- ☐ $\left[\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0$,
- ☐ $\left[\nabla^2 + k^2\right] \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0$,
- ■ $\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

6. (3 Pkt., 90%) Das komplexe elektrische Feld einer y-polarisierten und in x-Richtung propagierenden monochromatischen ebenen Welle lautet

- ☐ $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$,
- ☐ $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}ky}$,
- ☐ $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathrm{Re}\{E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)}\}$,
- ■ keiner der angegebenen Vorschläge.

7. (3 Pkt., 57%) Für die komplexen elektrischen und magnetischen Felder einer ebenen Welle gilt mit der Wellenimpedanz Z

- ☐ $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{Z}\left[\mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{r})\right]$,
- ■ $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{Z}\left[\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \times \mathbf{E}(\mathbf{r})\right]$,
- ☐ $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = Z\left[\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})\right]$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

8. (3 Pkt., 89%) Betrachten Sie das komplexe elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = (1-\mathrm{i})\mathbf{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{kr}}$ mit $\mathbf{E}_0 \in \mathbb{R}^3$. Wie lautet das dazugehörige reelle Feld?

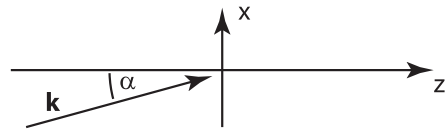
- ☐ $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0\left[\cos(\mathbf{kr}-\omega t) - \sin(\mathbf{kr}-\omega t)\right]$,
- ■ $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0\left[\cos(\mathbf{kr}-\omega t) + \sin(\mathbf{kr}-\omega t)\right]$,
- ☐ $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0\left[-\cos(\mathbf{kr}-\omega t) + \sin(\mathbf{kr}-\omega t)\right]$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

9. (3 Pkt., 77%) Betrachten Sie das komplexe elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = (1-\mathrm{i})\mathbf{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{kr}}$ mit $\mathbf{E}_0 \in \mathbb{R}^3$ im Vakuum. Wie lautet die Intensität in der Ebene $z = 0$?

- ■ $I(z=0) = \frac{1}{Z_0}\left|\mathbf{E}_0\right|^2$,
- ☐ $I(z=0) = \frac{1}{2Z_0}\left|\mathbf{E}_0\right|^2$,
- ☐ $I(z=0) = \frac{1}{2Z_0}\left|\mathbf{E}_0\right|^2\cos(kx)$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

10. (4 Pkt., 52%) Wie lautet das komplexe elektrische Feld einer in der xz-Ebene unter dem Winkel α zur z-Achse propagierenden ebenen Welle, die in der xz-Ebene polarisiert ist?



- ☐ $\mathbf{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x\sin\alpha + z\cos\alpha)}$,
- ☐ $\mathbf{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ 0 \\ -\sin\alpha \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(y\sin\alpha + z\cos\alpha)}$,
- ☐ $\mathbf{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ 0 \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x\sin\alpha + z\cos\alpha)}$,
- ■ keiner der angegebenen Vorschläge.

11. (3 Pkt., 61%) Eine in der xz-Ebene unter dem Winkel α zur z-Achse propagierende ebenen Welle, deren Magnetfeld y-polarisiert ist, ist bezüglich einer Grenzfläche in der Ebene $z = 0$

- ☐ s-polarisiert,
- ■ p-polarisiert,
- ☐ zirkular polarisiert,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

12. (3 Pkt., 67%) Die Polarisation der transmittierte Komponente einer auf eine Grenzfläche einfallenden s-polarisierten ebenen Welle ist

- ■ s-polarisiert,
- ☐ p-polarisiert,
- ☐ abhängig von den Fresnel-Koeffizierten,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

13. Betrachten Sie eine ebene Welle vom Typ $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}kz}$

(a) (3 Pkt., 70%) Für $\mathbf{E}_0 = (0, 0, 1)^T$ gilt

- ☐ die Welle ist linear polarisiert,
- ☐ die Welle ist zirkular polarisiert,
- ■ die Welle erfüllt die Maxwell'schen Gleichungen nicht,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

(b) (3 Pkt., 83%) Für $\mathbf{E}_0 = (\mathrm{i}, \mathrm{i}, 0)^T$ gilt

- ■ die Welle ist linear polarisiert,
- ☐ die Welle ist zirkular polarisiert,
- ☐ die Welle erfüllt die Maxwell'schen Gleichungen nicht,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

(c) (3 Pkt., 93%) Für $\mathbf{E}_0 = (1 - \mathrm{i}, 1 + \mathrm{i}, 0)^T$ gilt

- ☐ die Welle ist linear polarisiert,
- ■ die Welle ist zirkular polarisiert,
- ☐ die Welle erfüllt die Maxwell'schen Gleichungen nicht,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

14. (3 Pkt., 70%) Ein elektromagnetischer Puls propagiere im Vakuum in positive x-Richtung und sei y-polarisiert. In der Ebene $x = 0$ laute die y-Komponente des Feldes

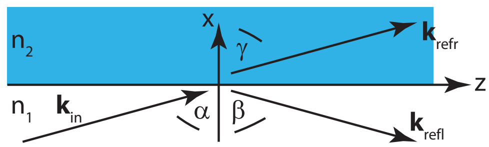
$$E_y(x = 0, t) = \frac{E_0 a^2}{(x_0 + ct)^2 - \gamma^2} \cos(kct).$$

An einem beliebigen Ort und zu einer beliebigen Zeit lautet die y-Komponente des Feldes

- ■ $E_y(x, t) = \frac{E_0 a^2}{[x-(x_0+ct)]^2-\gamma^2} \cos(kx - kct)$,
- ☐ $E_y(x, t) = -\frac{E_0 a^2}{[x-(x_0-ct)]^2-\gamma^2} \cos(kx - kct)$,
- ☐ $E_y(x, t) = \frac{E_0 a^2}{[x-(x_0+ct)]^2-\gamma^2} \cos(kx + kct)$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

15. Eine ebene Welle propagiere unter dem Winkel α zur x-Achse auf eine Grenzfläche bei $x = 0$ zu. Im Bereich $x > 0$ sei der Brechungsindex n_2, im Bereich $x < 0$ sei er $n_1 > n_2$. Es entsteht eine reflektierte Welle mit Wellenvektor $\mathbf{k}_{\text{refl}}$ und eine gebrochene Welle mit Wellenvektor $\mathbf{k}_{\text{refr}}$, wie unten skizziert.



(a) (2 Pkt., 99%) Es gilt

- ☐ $\alpha > \beta$,
- ☐ $\alpha < \beta$,
- ■ $\alpha = \beta$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

(b) (2 Pkt., 78%) Es gilt

- ☐ $\alpha > \gamma$,
- ■ $\alpha < \gamma$,
- ☐ $\alpha = \gamma$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

(c) (2 Pkt., 59%) Es kommt zu Totalreflexion wenn gilt

- ■ $\alpha > \arcsin(n_2/n_1)$,
- ☐ $\alpha > \arcsin(n_1/n_2)$,
- ☐ $\alpha > \arcsin(n_2 n_1)$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

(d) (2 Pkt., 87%) Wir bezeichnen die x-Komponente des Vektors $\mathbf{k}$ mit k_x. Es gilt

- ■ $k_{\text{in,x}} = -k_{\text{refl,x}}$,
- ☐ $k_{\text{in,x}} = (n_1/n_2)k_{\text{refl,x}}$,
- ☐ $k_{\text{in,x}} = (n_2/n_1)k_{\text{refl,x}}$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

(e) (2 Pkt., 83%) Wir bezeichnen die z-Komponente des Vektors $\mathbf{k}$ mit k_z. Es gilt

- ☐ $k_{\text{in,z}} < k_{\text{refr,z}}$,
- ☐ $k_{\text{in,z}} = (n_2/n_1)k_{\text{refl,x}}$,
- ■ $k_{\text{in,z}} = k_{\text{refr,z}}$,
- ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!

16. An Grenzflächen gilt allgemein aufgrund der Randbedingungen in Abwesenheit von Oberflächenladungen und -strömen

    (a) (2 Pkt., 77%)

    ☐ Parallel- und Normalkomponente des $\mathbf{D}$-Feldes sind an Grenzflächen erhalten,
    ☐ die Parallelkomponente des $\mathbf{D}$-Feldes ist an Grenzflächen erhalten,
    ■ die Normalkomponente des $\mathbf{D}$-Feldes ist an Grenzflächen erhalten,
    ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

    (b) (2 Pkt., 72%)

    ☐ Parallel- und Normalkomponente des $\mathbf{B}$-Feldes sind an Grenzflächen erhalten,
    ■ die Normalkomponente des $\mathbf{B}$-Feldes ist an Grenzflächen erhalten,
    ☐ die Parallelkomponente des $\mathbf{B}$-Feldes ist an Grenzflächen erhalten,
    ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

17. (2 Pkt., 72%) Die Fresnel'schen Reflexions- und Transmissionskoeffizienten

    ☐ sind stets reellwertig,
    ☐ sind stets positiv,
    ■ können komplexwertig sein,
    ☐ keiner der angegebenen Vorschläge.

Ende der Prüfungsfragen.

Seite für Ihre Notizen. Wird nicht bewertet!