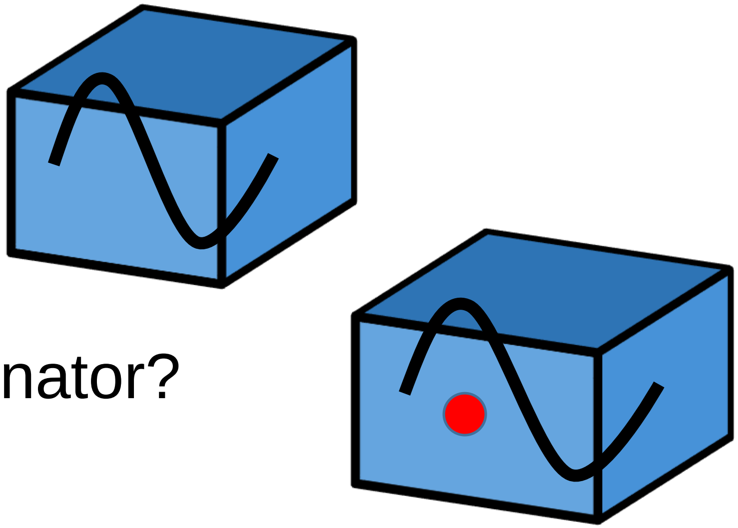
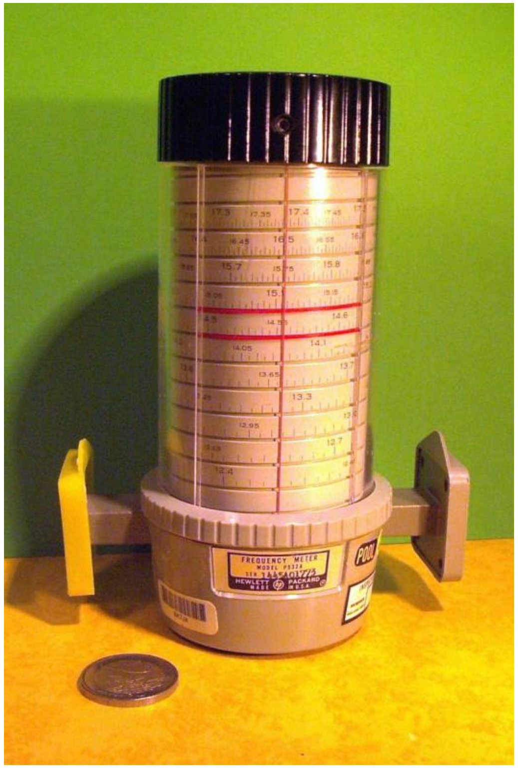
Fahrplan

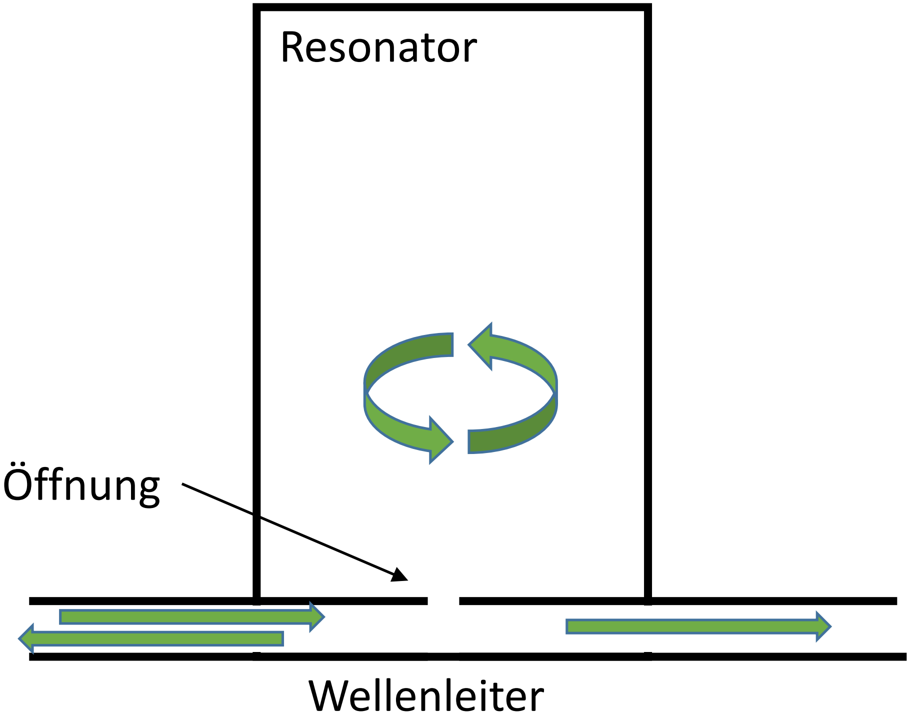


- Resonatoren
  - Addendum: Wie kommt die Strahlung in den Resonator?
- Wellenleiter
  - Metallische Platten
  - Demo: Dielektrische Wellenleiter
  - Hohlleiter
- Feedback Vorlesungsumfrage

Wie kommt die Strahlung in den Resonator?

- Resonator gekoppelt an Wellenleiter
- Resonator agiert als Filter

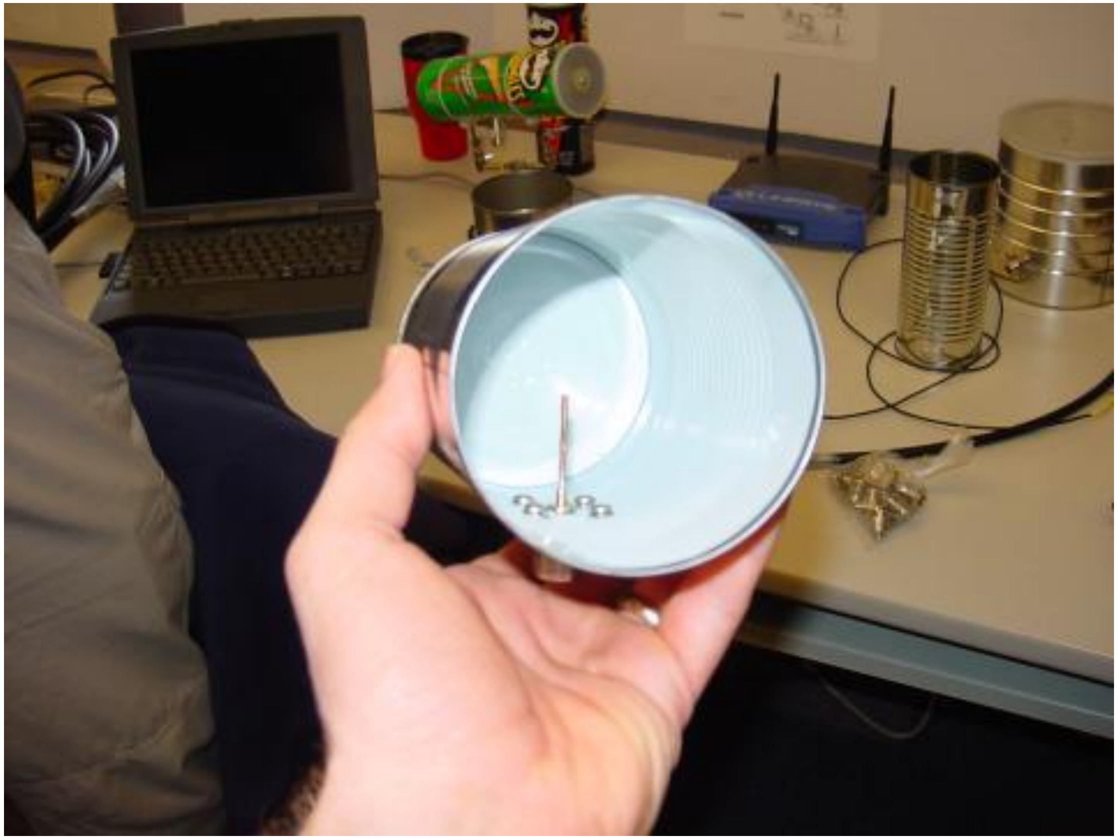




An absorption wavemeter. It consists of an adjustable cavity calibrated in frequency. When the resonant frequency of the cavity reaches the frequency of the applied microwaves it absorbs energy, causing a dip in the output power. Then the frequency can be read off the scale. (from wikipedia)

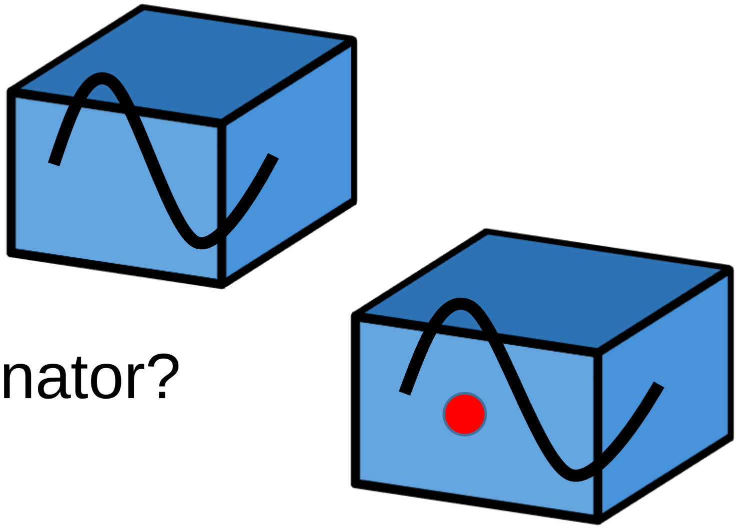
Wie kommt die Strahlung in den Resonator?

- Resonator gekoppelt an Strahlungsquelle (z.B. Dipol)



Cantenna. Siehe Übung 12.

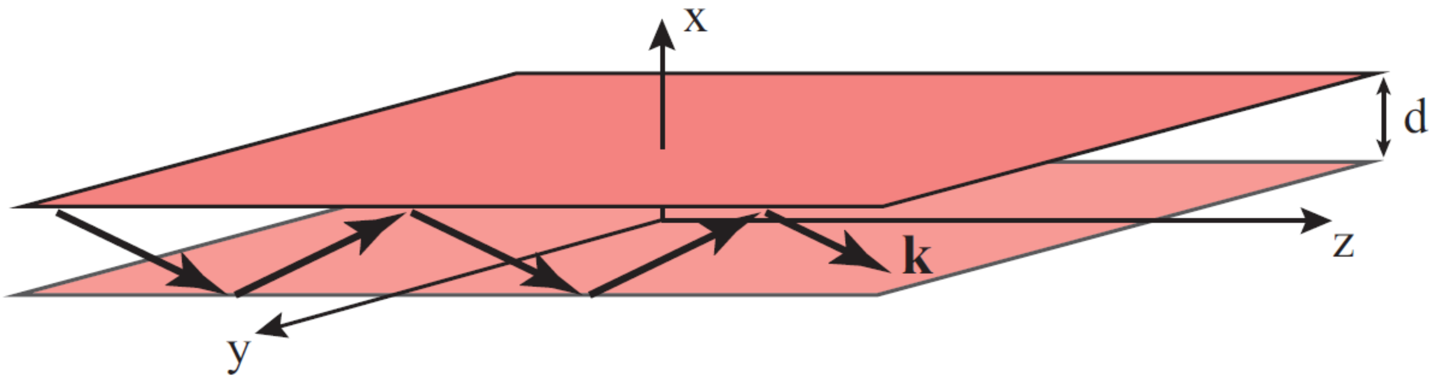
Fahrplan



- Resonatoren
  - Addendum: Wie kommt die Strahlung in den Resonator?
- Wellenleiter
  - Metallische Platten
  - Demo: Dielektrische Wellenleiter
  - Hohlleiter
- Feedback Vorlesungsumfrage

Wellenleiter

- Wellenleiter führen elektromagnetische Strahlung
- Beispiel: zwei leitende Platten



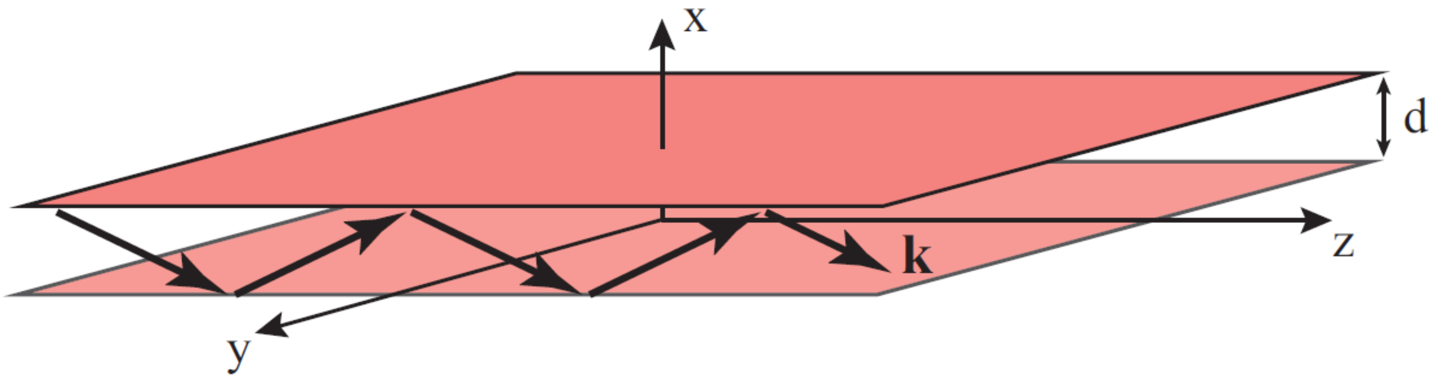
- Aufgabe: Lösung der quellfreien Helmholtz-Gleichung im Medium (ε, μ) zwischen zwei perfekt reflektierenden Platten

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2\, \mathbf{E}(\mathbf{r}) \;=\; 0$$

$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E} = 0 \qquad \text{auf Seitenflächen}$$

Wellenleiter

- Wellenleiter führen elektromagnetische Strahlung
- Beispiel: zwei leitende Platten

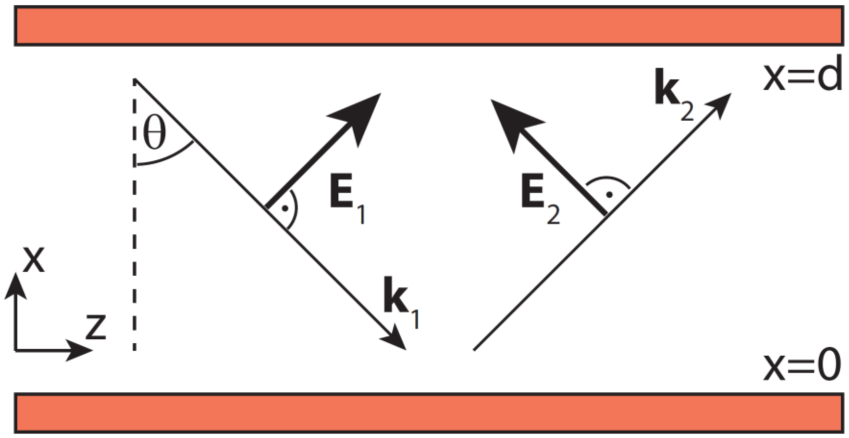


- Moden zerfallen in zwei Gruppen (vgl. s- und p-Polarisation):
  - TE-Moden: kein elektrisches Feld in Propagationsrichtung
  - TM-Moden: kein magnetisches Feld in Propagationsrichtung

TM-Moden: kein H-Feld in Ausbreitungsrichtung

$$\boldsymbol{E}_1 = E_0 \begin{pmatrix} k_z/k \\ 0 \\ k_x/k \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_x x} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

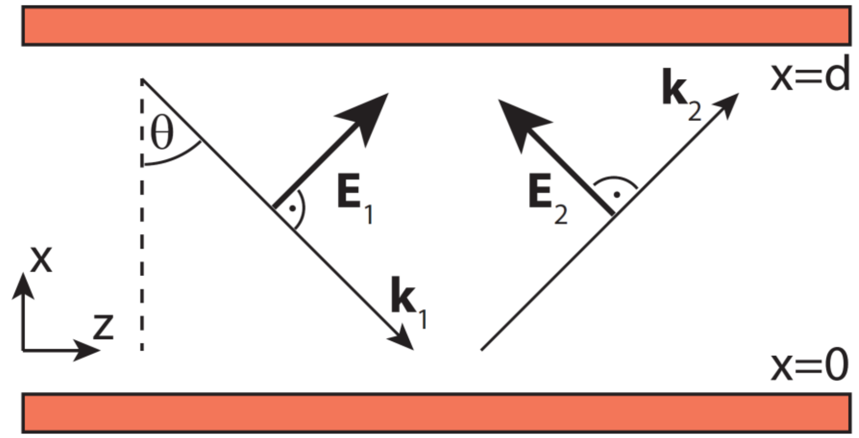
$$\boldsymbol{E}_2 = E_0 \begin{pmatrix} k_z/k \\ 0 \\ -k_x/k \end{pmatrix} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}k_x x} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$



TM-Moden: kein H-Feld in Ausbreitungsrichtung

$$\boldsymbol{E}_1 = E_0 \begin{pmatrix} k_z/k \\ 0 \\ k_x/k \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_x x} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{E}_2 = E_0 \begin{pmatrix} k_z/k \\ 0 \\ -k_x/k \end{pmatrix} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}k_x x} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$



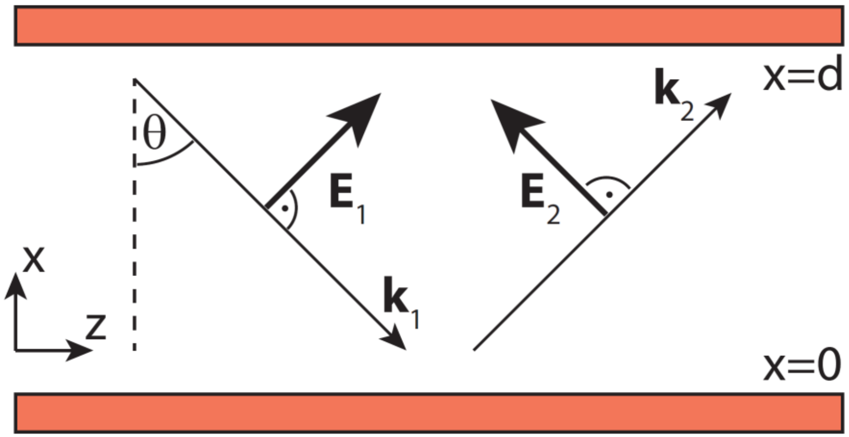
Feld im Wellenleiter:

$$\boxed{\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 = 2E_0 \begin{pmatrix} \frac{k_z}{k}\cos(k_x x) \\ 0 \\ -\mathrm{i}\frac{k_x}{k}\sin(k_x x) \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}}$$

TM-Moden: kein H-Feld in Ausbreitungsrichtung

$$\boldsymbol{E}_1 = E_0 \begin{pmatrix} k_z/k \\ 0 \\ k_x/k \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_x x} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{E}_2 = E_0 \begin{pmatrix} k_z/k \\ 0 \\ -k_x/k \end{pmatrix} \mathrm{e}^{+\mathrm{i}k_x x} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$



Feld im Wellenleiter:

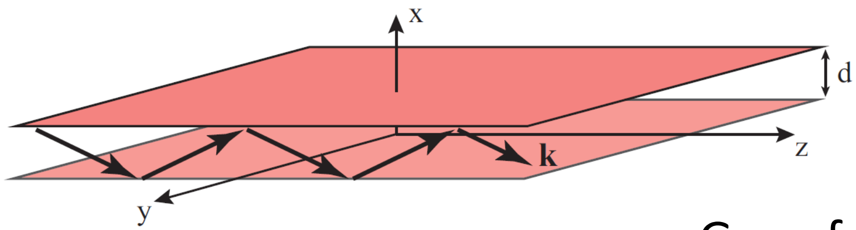
$$\boxed{\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 = 2E_0 \begin{pmatrix} \frac{k_z}{k}\cos(k_x x) \\ 0 \\ -\mathrm{i}\frac{k_x}{k}\sin(k_x x) \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}}$$

Randbedingungen: $E_z = 0 \;\; @ \;\; x = (0, d)$ $\quad \boxed{k_x = n\frac{\pi}{d}, \quad n \in \mathbb{N}_0}$

Wellenzahl in Propagationsrichtung:

$$k_{z_n} = \sqrt{k^2 - n^2 [\pi/d]^2} \qquad n \in \{0, 1, ..\}$$

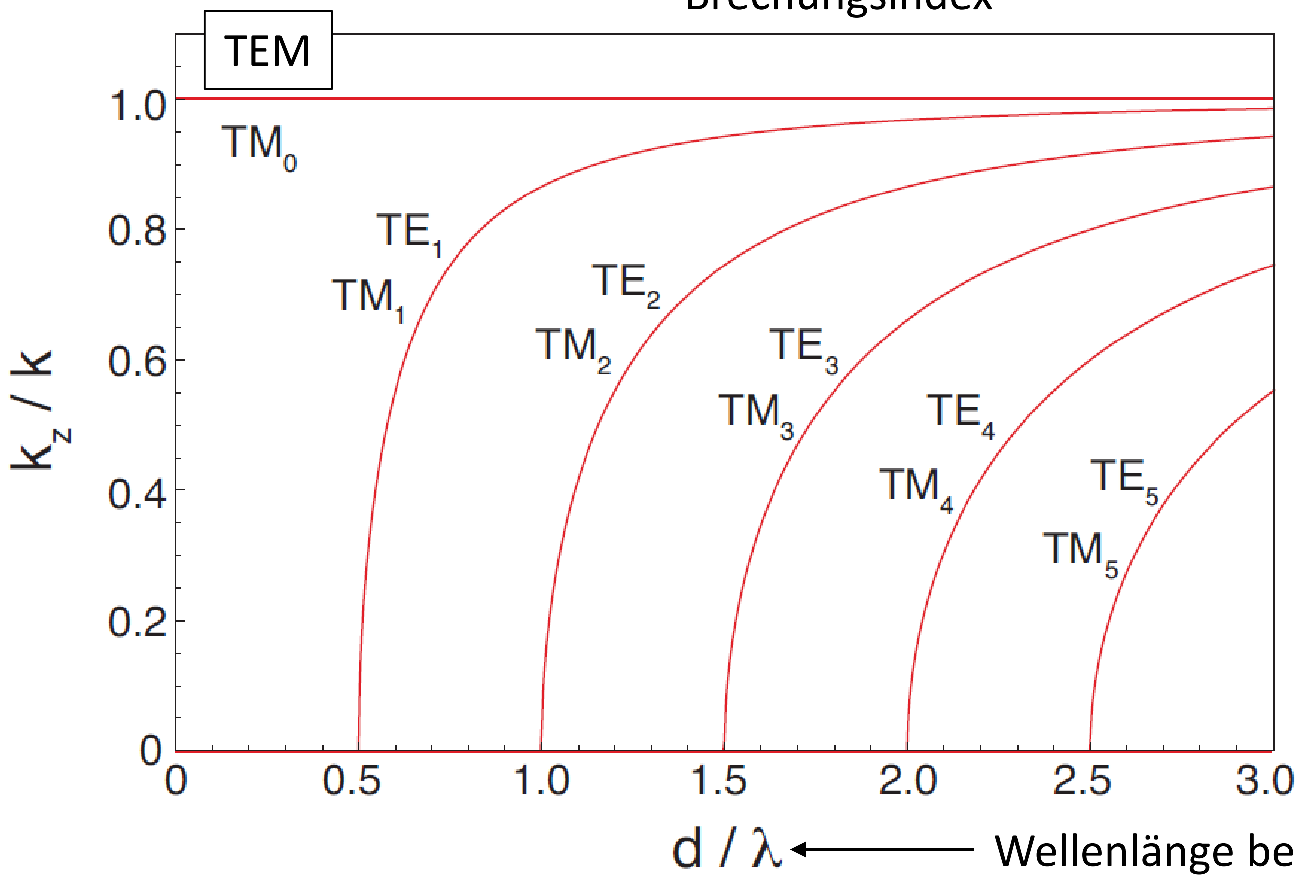
Modenstruktur Plattenwellenleiter



$$k_{z_n} = \sqrt{k^2 - n^2 \, [\pi/d]^2} \qquad n \in \{0, 1, ..\}$$

Grenzfrequenz: $$\omega_c = \frac{n\,\pi\,c}{d\,n(\omega_c)} \qquad n \in \{1, 2, ..\}$$

Brechungsindex



Wellenlänge bei ω

Plattenwellenleiter

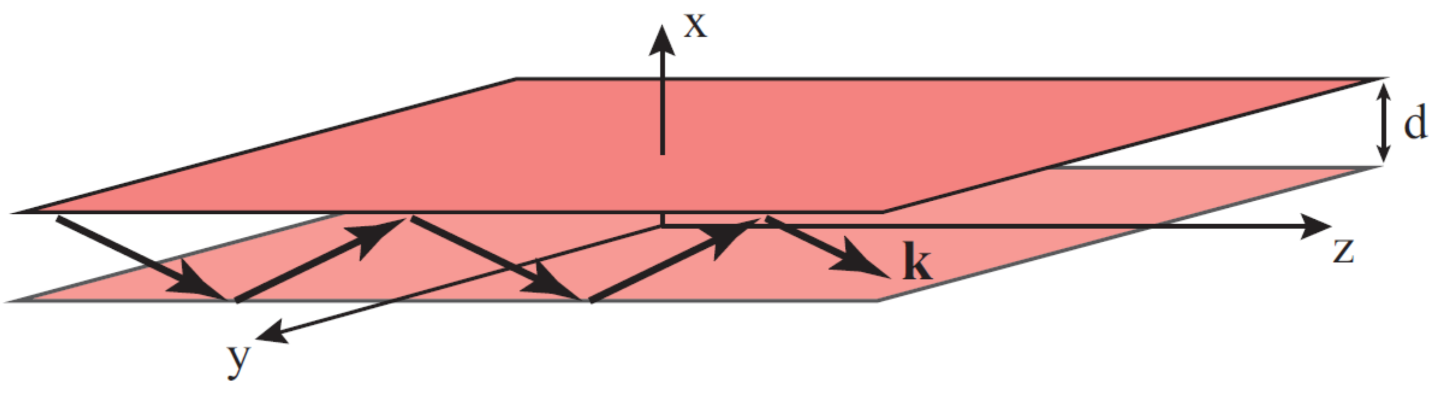
- TE-Moden: kein E-Feld in Ausbreitungsrichtung
  Grenzfrequenz:

$$k_{z_n} = \sqrt{k^2 - n^2 [\pi/d]^2} \qquad n \in \{1, 2, ..\}$$

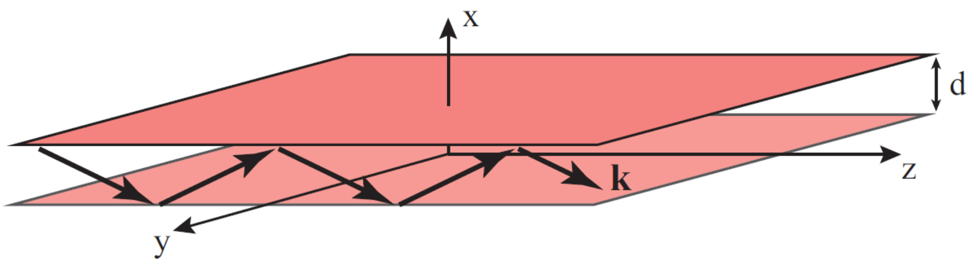
$$\omega_c = \frac{n \, \pi \, c}{d \, n(\omega_c)} \qquad n \in \{1, 2, ..\}$$

- TM Moden: kein H-Feld in Ausbreitungsrichtung
  keine Grenzfrequenz (TEM-Mode bei n=0)!

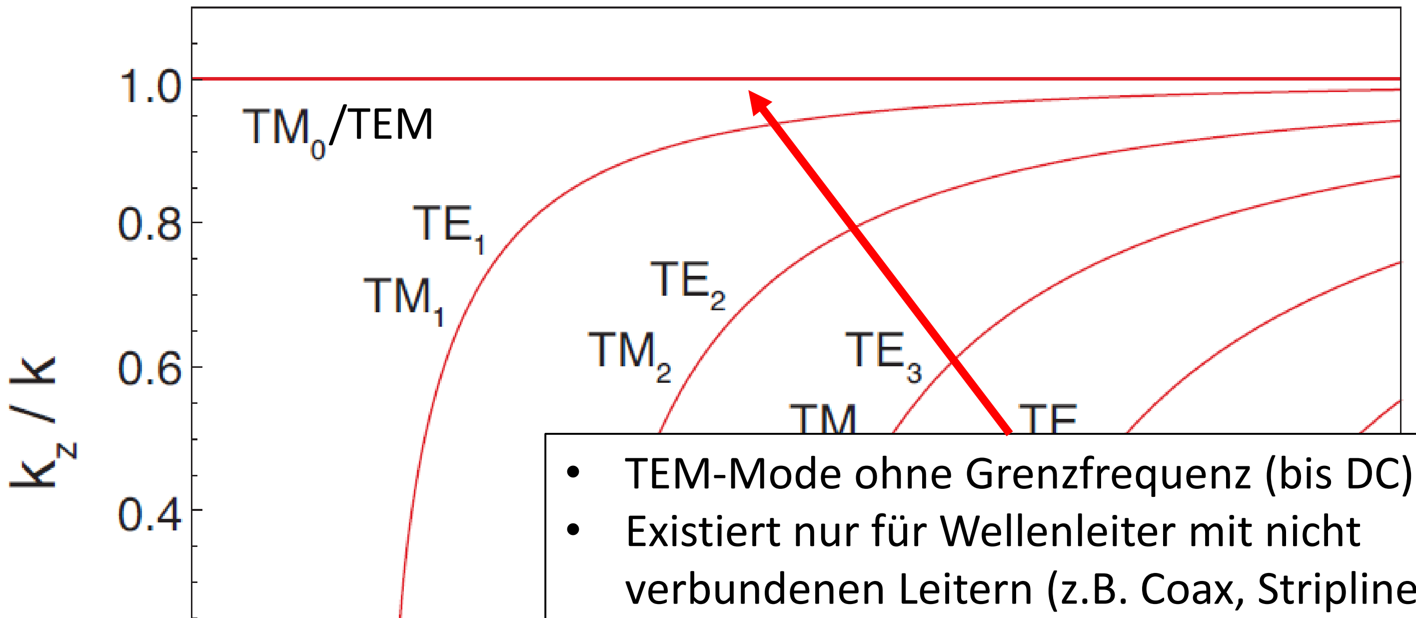
$$k_{z_n} = \sqrt{k^2 - n^2 [\pi/d]^2} \qquad n \in \{0, 1, ..\}$$



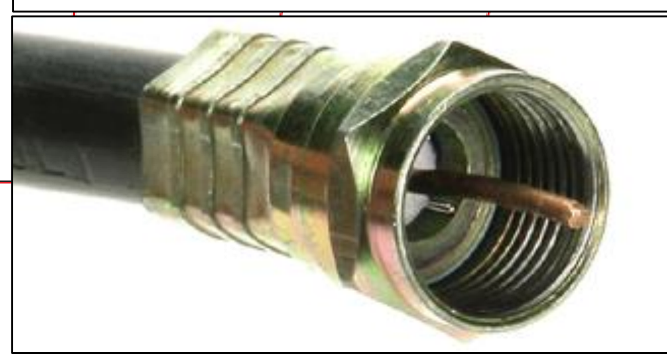
Modenstruktur Plattenwellenleiter



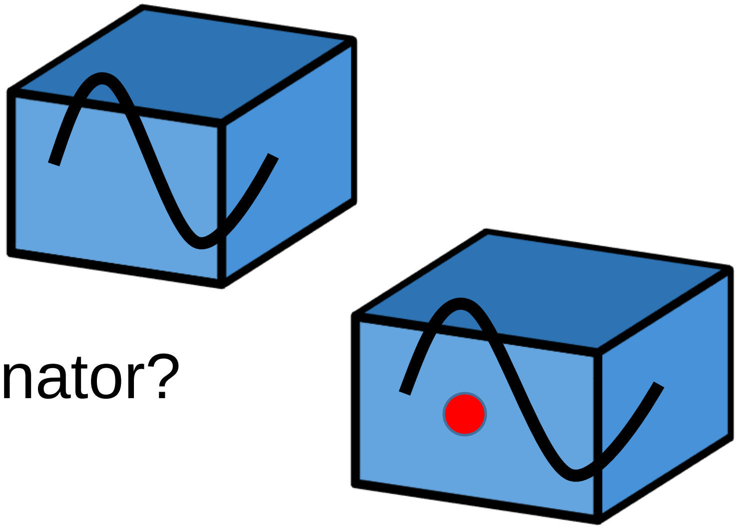
$$k_{z_n} = \sqrt{k^2 - n^2\,[\pi/d]^2} \qquad n \in \{1, 2, ..\}$$



- TEM-Mode ohne Grenzfrequenz (bis DC)
- Existiert nur für Wellenleiter mit nicht verbundenen Leitern (z.B. Coax, Stripline)

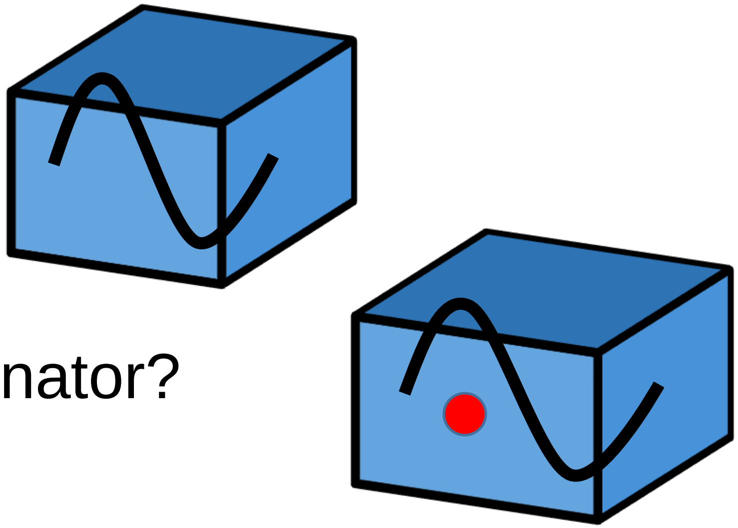


Fahrplan



- Resonatoren
  - Addendum: Wie kommt die Strahlung in den Resonator?
- Wellenleiter
  - Metallische Platten
  - Demo: Dielektrische Wellenleiter
  - Hohlleiter
- Feedback Vorlesungsumfrage

Fahrplan



- Resonatoren
  - Addendum: Wie kommt die Strahlung in den Resonator?
- Wellenleiter
  - Metallische Platten
  - Demo: Dielektrische Wellenleiter
  - Hohlleiter
- Feedback Vorlesungsumfrage

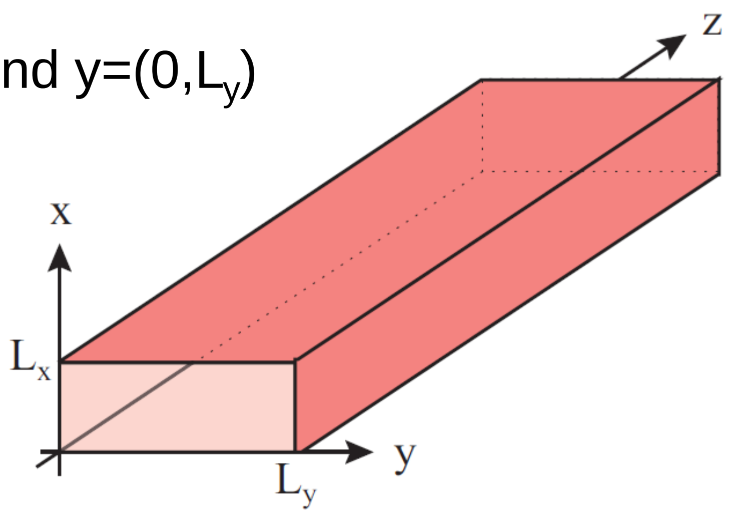
Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei $x=(0, L_x)$ und $y=(0,L_y)$
- Ansatz

Feld bei z=0

$$\mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}^{xy}(x,y)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

Propagator/Welle entlang z

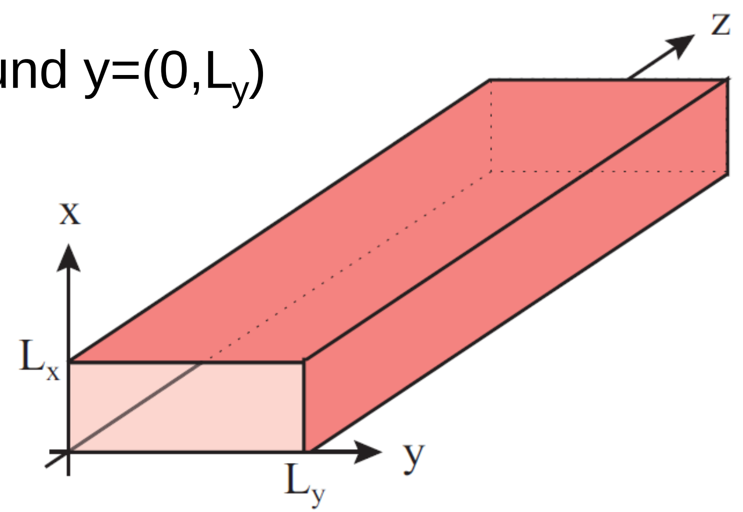


Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei x=(0, L_x) und y=(0,L_y)
- Ansatz

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x,y,z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

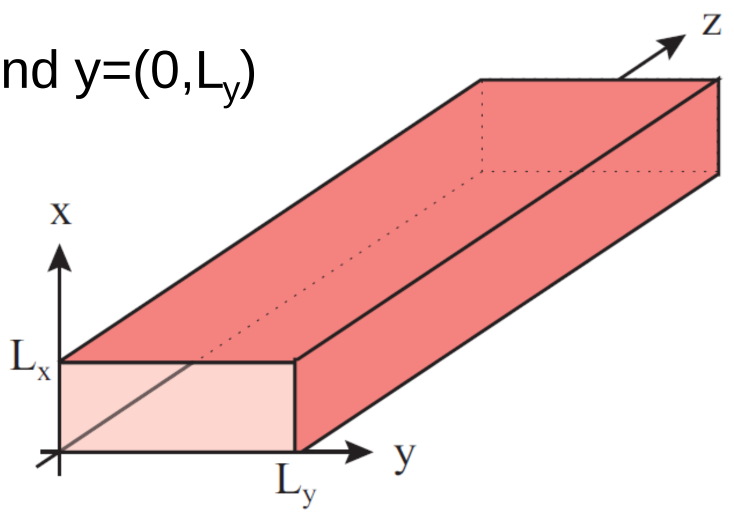


Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei x=(0, L_x) und y=(0,L_y)
- Ansatz

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x,y,z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$



$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \mathrm{i}\omega\mu_0\mu\boldsymbol{H}$$

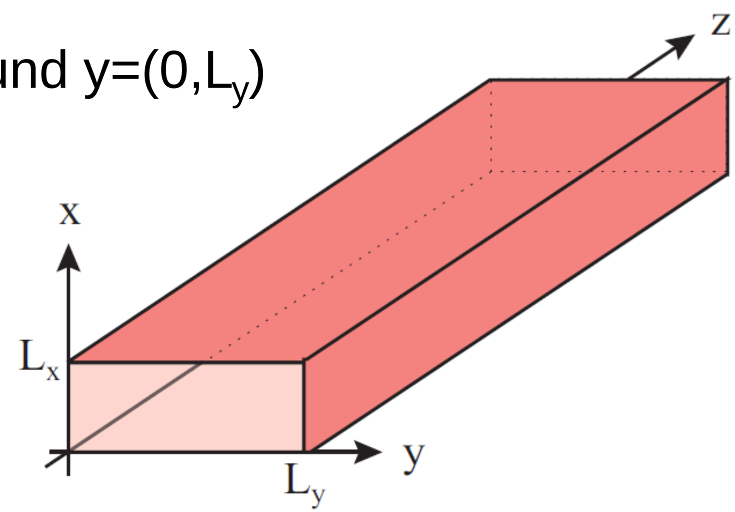
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = -\mathrm{i}\omega\varepsilon_0\varepsilon\boldsymbol{E}$$

Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei x=(0, L_x) und y=(0,L_y)
- Ansatz

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x,y,z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$



$$\begin{pmatrix} \partial_y E_z - \partial_z E_y \\ \partial_z E_x - \partial_x E_z \end{pmatrix} = \mathrm{i}\omega\mu_0\mu \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}$$

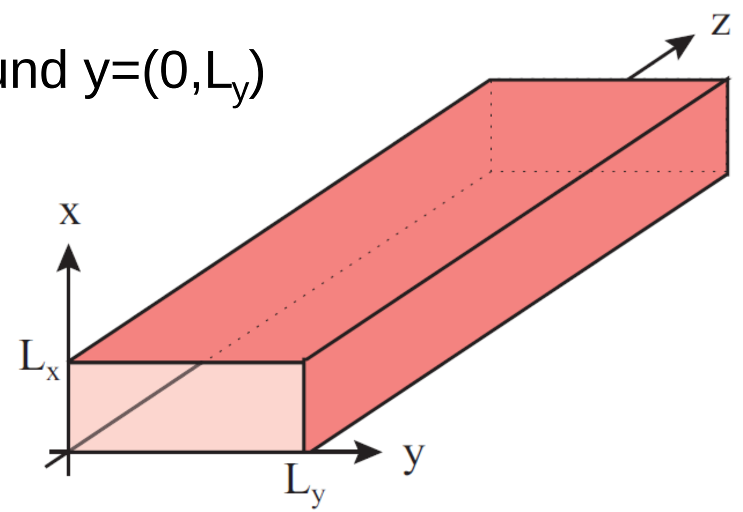
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \mathrm{i}\omega\mu_0\mu\boldsymbol{H}$$

$$\begin{pmatrix} \partial_y H_z - \partial_z H_y \\ \partial_z H_x - \partial_x H_z \end{pmatrix} = -\mathrm{i}\omega\varepsilon_0\varepsilon \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = -\mathrm{i}\omega\varepsilon_0\varepsilon\boldsymbol{E}$$

Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei x=(0, L_x) und y=(0,L_y)
- Ansatz



$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x,y,z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

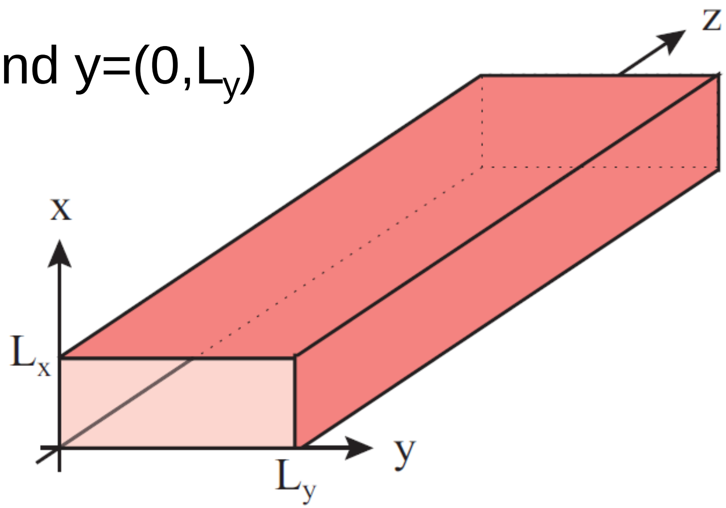
$$\begin{pmatrix} \partial_y E_z - \partial_z E_y \\ \partial_z E_x - \partial_x E_z \end{pmatrix} = \mathrm{i}\omega\mu_0\mu \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \partial_y H_z - \partial_z H_y \\ \partial_z H_x - \partial_x H_z \end{pmatrix} = -\mathrm{i}\omega\varepsilon_0\varepsilon \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
E_x^{xy} &= Z\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial y} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial x} \\
E_y^{xy} &= -Z\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial x} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial y} \\
H_x^{xy} &= -Z^{-1}\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial y} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial x} \\
H_y^{xy} &= Z^{-1}\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial x} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial y}\,.
\end{aligned}$$

Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei x=(0, L_x) und y=(0,L_y)
- Ansatz



$$\boldsymbol{E}(x, y, z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x, y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x, y, z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x, y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

- Transversale Felder nur abhängig von longitudinalen Feldern E_z, H_z

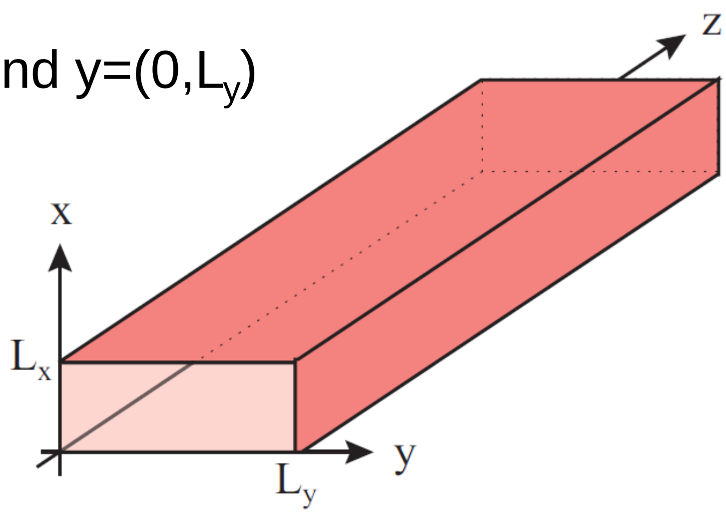
TE-Moden: $E_z = 0$

TM-Moden: $H_z = 0$

$$\begin{aligned}
E_x^{xy} &= Z\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial y} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial x} \\
E_y^{xy} &= -Z\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial x} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial y} \\
H_x^{xy} &= -Z^{-1}\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial y} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial x} \\
H_y^{xy} &= Z^{-1}\frac{\mathrm{i}k}{k_t^2}\frac{\partial E_z^{xy}}{\partial x} + \frac{\mathrm{i}k_z}{k_t^2}\frac{\partial H_z^{xy}}{\partial y}\,.
\end{aligned}$$

Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei x=(0, L_x) und y=(0,L_y)
- Ansatz



$$\boldsymbol{E}(x, y, z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x, y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x, y, z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x, y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

- TE-Moden: $E_z = 0$ $\quad n, m \in \{0, 1, 2 \,..\}$

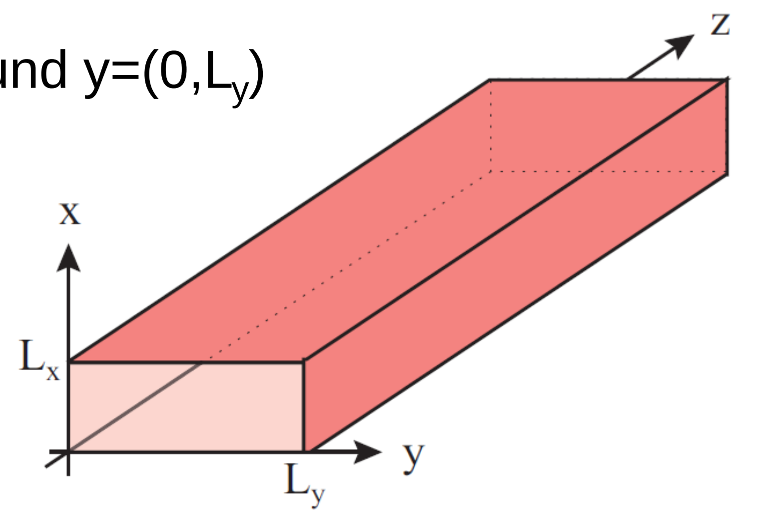
$$\boxed{H_z^{xy}(x, y) = H_{0_z} \cos[\frac{n\pi}{L_x}x] \cos[\frac{m\pi}{L_y}y]}$$

Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei x=(0, L_x) und y=(0,L_y)
- Ansatz

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x,y,z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$



- TE-Moden: $E_z = 0$ $\quad n,m \in \{0,1,2..\}$

$$\boxed{H_z^{xy}(x,y) \;=\; H_{0_z}\ \cos[\frac{n\pi}{L_x}x]\ \cos[\frac{m\pi}{L_y}y]}$$

- TM-Moden: $H_z = 0$ $\quad n,m \in \{1,2..\}$

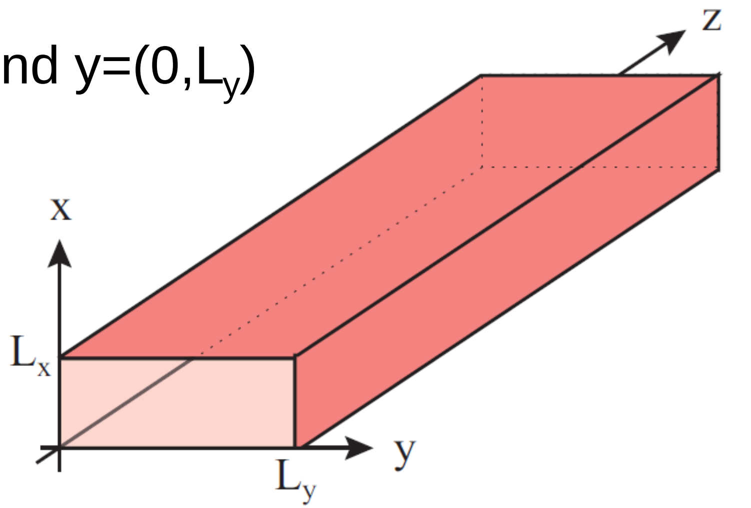
$$\boxed{E_z^{xy}(x,y) \;=\; E_{0_z}\ \sin[\frac{n\pi}{L_x}x]\ \sin[\frac{m\pi}{L_y}y]}$$

Rechteckiger Wellenleiter

- Perfekt reflektierende Platten bei $x=(0, L_x)$ und $y=(0, L_y)$
- Ansatz

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$

$$\boldsymbol{H}(x,y,z) = \boldsymbol{H}^{xy}(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z}$$



- TE-Moden: $E_z = 0$ $\quad n,m \in \{0,1,2..\}$

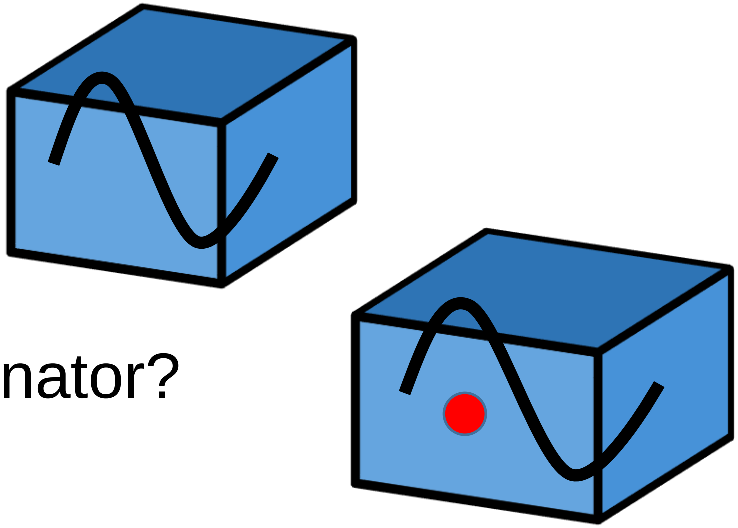
$$\boxed{H_z^{xy}(x,y) = H_{0_z} \cos[\frac{n\pi}{L_x}x] \cos[\frac{m\pi}{L_y}y]}$$

- TM-Moden: $H_z = 0$ $\quad n,m \in \{1,2..\}$

$$\boxed{E_z^{xy}(x,y) = E_{0_z} \sin[\frac{n\pi}{L_x}x] \sin[\frac{m\pi}{L_y}y]}$$

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega_{nm}^2}{c^2} n^2(\omega_{nm}) - \left[\frac{n^2\pi^2}{L_x^2} + \frac{m^2\pi^2}{L_y^2}\right]} \qquad n,m \in \{0,1,2..\}$$

Fahrplan



- Resonatoren
  - Addendum: Wie kommt die Strahlung in den Resonator?
- Wellenleiter
  - Metallische Platten
  - Demo: Dielektrische Wellenleiter
  - Hohlleiter
- Feedback Vorlesungsumfrage