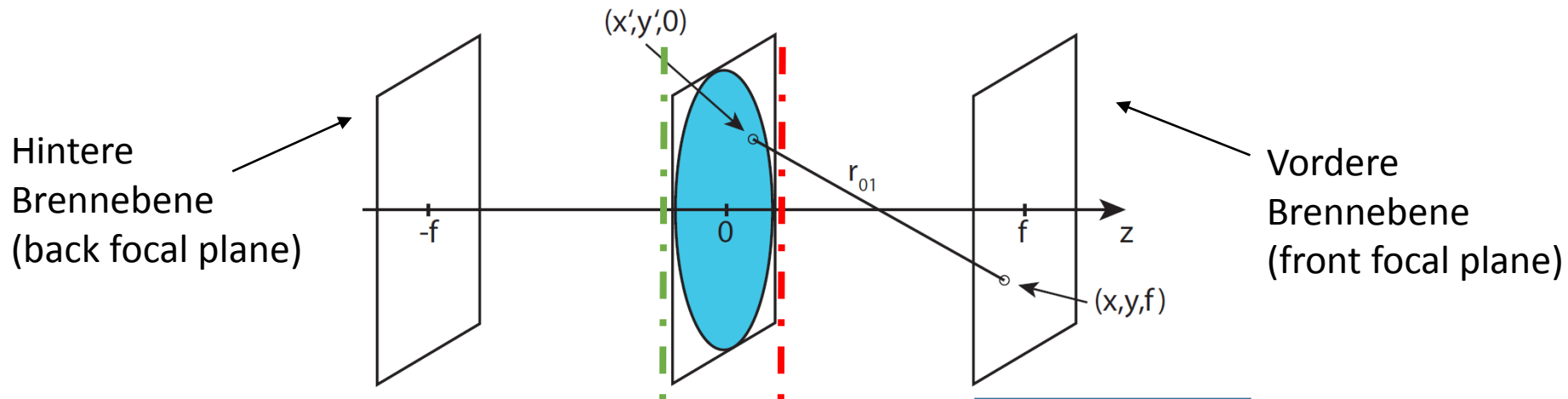


# Heute im Programm

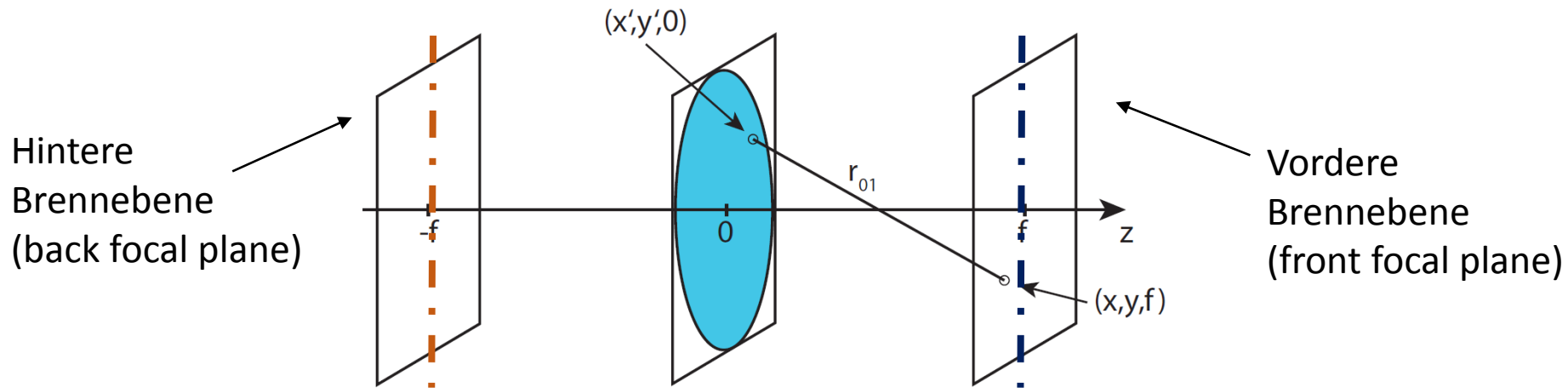
- Wiederholung:
  - Die Funktionsweise einer Linse
- Demo: optischer Fourier-Filter
  
- Die Punktantwort (point spread function)
- Die Auflösungsgrenze

# Funktionsweise einer Linse



$$\underline{E(x, y, 0_+)} = \underline{E(x, y, 0_-)} \exp \left[ -i \right]$$

# Funktionsweise einer Linse



Feld in vorderer Brennebene ist Feldwinkelspektrum in hinterer Brennebene

$$\underline{E(x, y, f)} = \frac{k e^{2ikf}}{i2\pi f} \underline{\hat{E}(kx/f, ky/f; -f)}$$

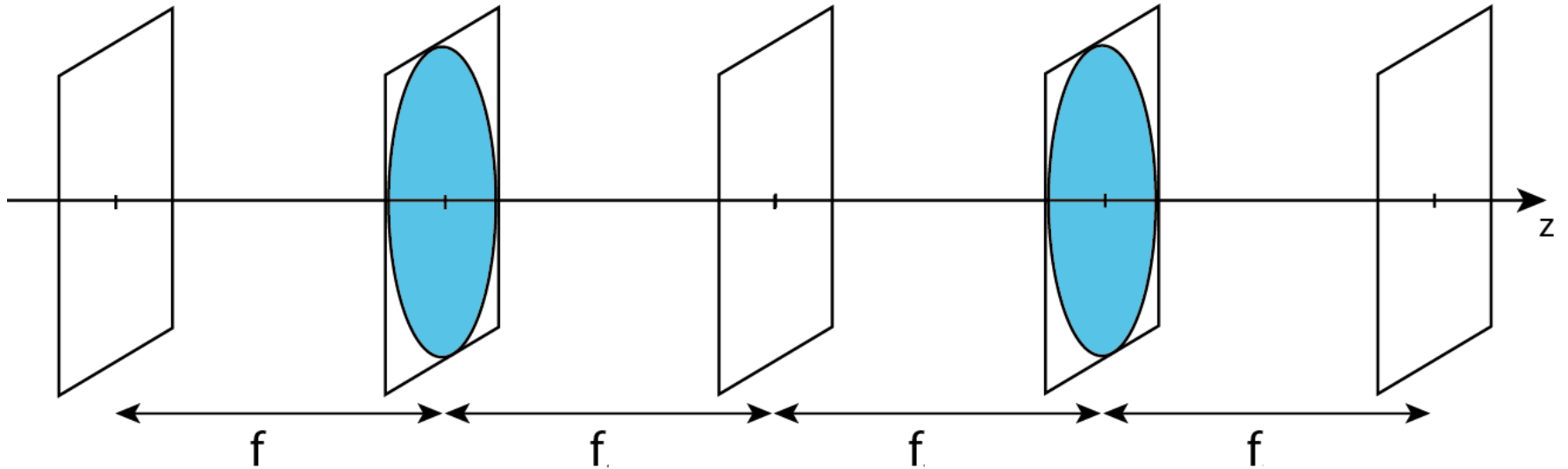
# Demo

# Heute im Programm

- Wiederholung:
  - Die Funktionsweise einer Linse
- Demo: optischer Fourier-Filter
  
- Die Punktantwort (point spread function)
- Die Auflösungsgrenze

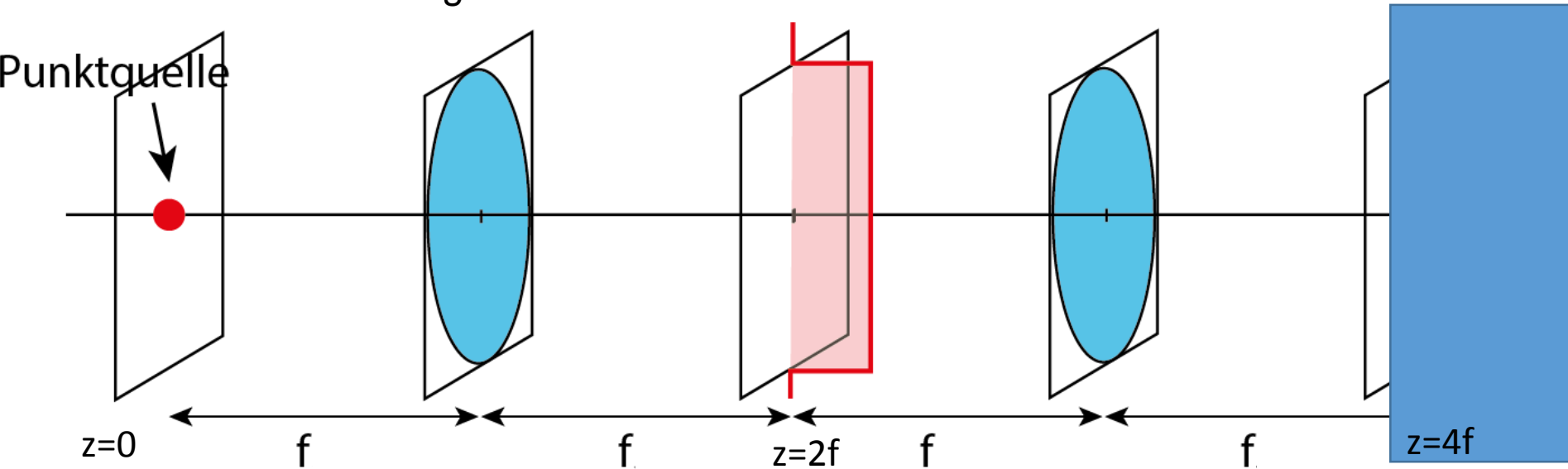
# Die Point-Spread Function

- Die PSF ist das Bild einer mathematischen Punktquelle
- Die PSF ist charakteristisch für ein bestimmtes Abbildungssystem



# Die Point-Spread Function

- Unsere 4f-Konfiguration



$$E(x, y, z = 2f) = A \hat{E}(kx/f, ky/f, z = 0) \cdot \text{rect}(\rho_{\max}/f)$$

$$E(x, y, z = 4f) = B \underbrace{E(x, y, z = 0)} * \text{jinc}(k_{\rho}^{\max} \rho)$$

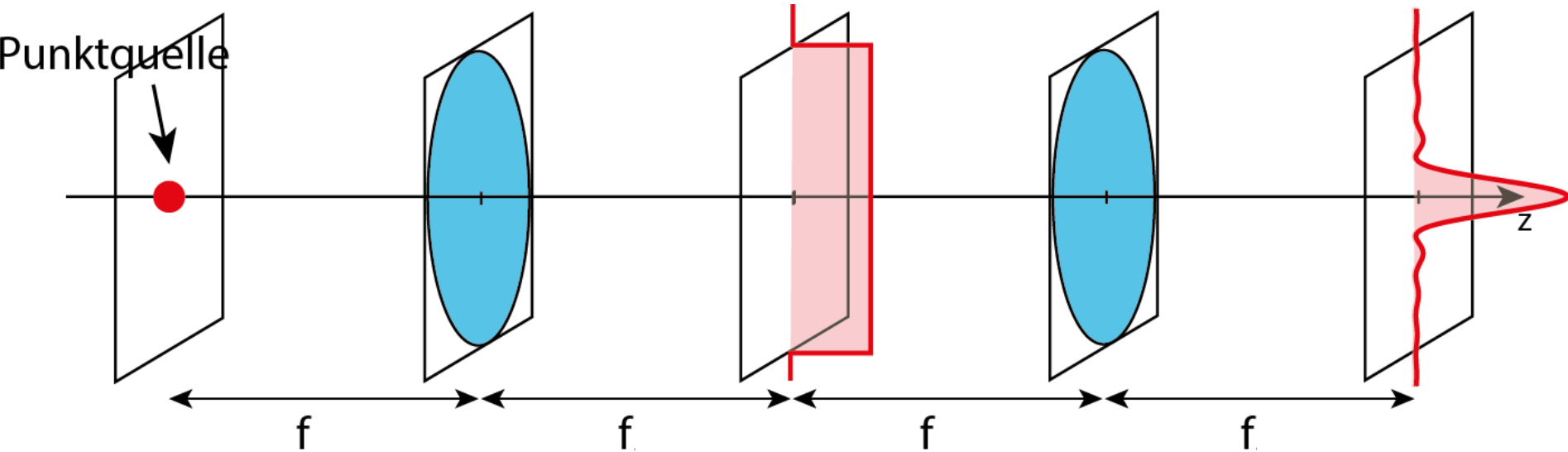
$$k_{\rho}^{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{NA}$$

$$\text{NA} = n \sin \theta_{\max}$$

Für mathematische Punktquelle ist dies welche Funktion?

# Die Point-Spread Function

- Unsere 4f- Konfiguration



$$E(x, y, z = 2f) = A \hat{E}(kx/f, ky/f, z = 0) \cdot \text{rect}(\rho_{\max}/f)$$

$$E(x, y, z = 4f) = B \underbrace{E(x, y, z = 0)}_{\propto \delta(\rho)} * \underbrace{\text{jinc}(k_{\rho}^{\max} \rho)}_{\frac{J_1(2\pi\tilde{\rho})}{2\pi\tilde{\rho}}}$$

$$k_{\rho}^{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{NA}$$

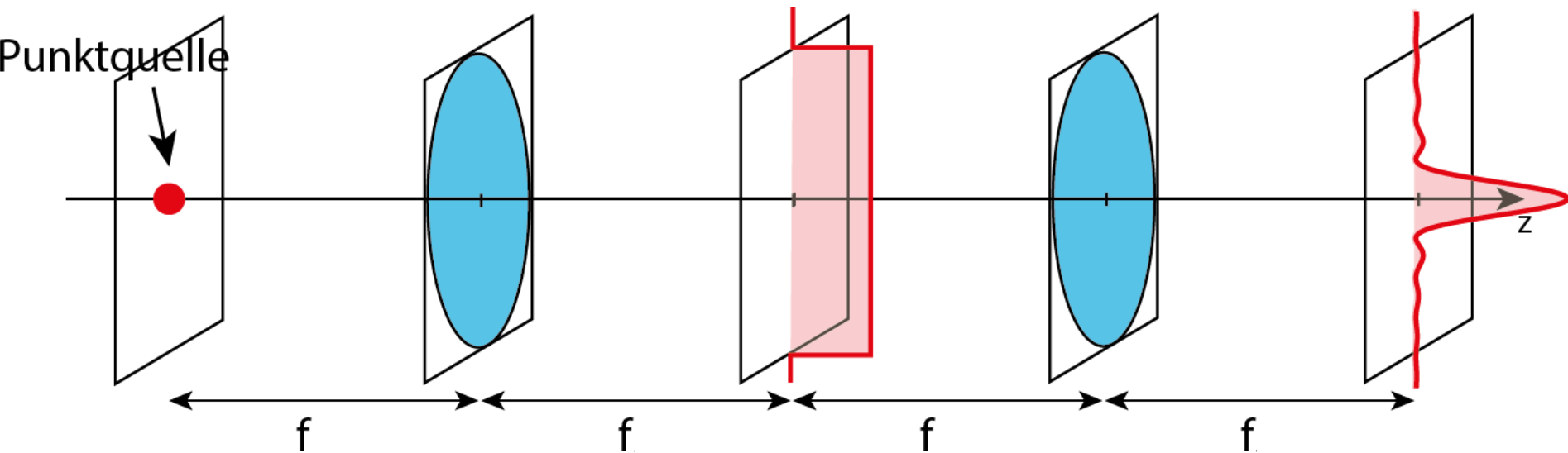
$$\text{NA} = n \sin \theta_{\max}$$

$$\frac{J_1(2\pi\tilde{\rho})}{2\pi\tilde{\rho}}$$



# Die Point-Spread Function

- Unsere 4f- Konfiguration



$$E(x, y, z = 2f) = A \hat{E}(kx/f, ky/f, z = 0) \cdot \text{rect}(\rho_{\max}/f)$$

$$E(x, y, z = 4f) = B E(x, y, z = 0) * \underbrace{\text{jinc}(k_{\rho}^{\max} \rho)}_{\frac{J_1(2\pi\tilde{\rho})}{2\pi\tilde{\rho}}}$$

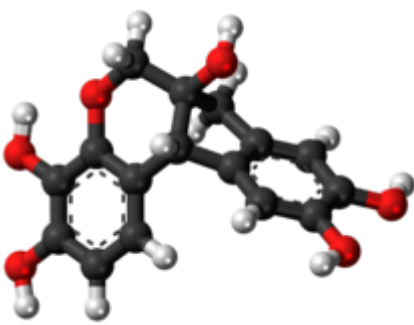
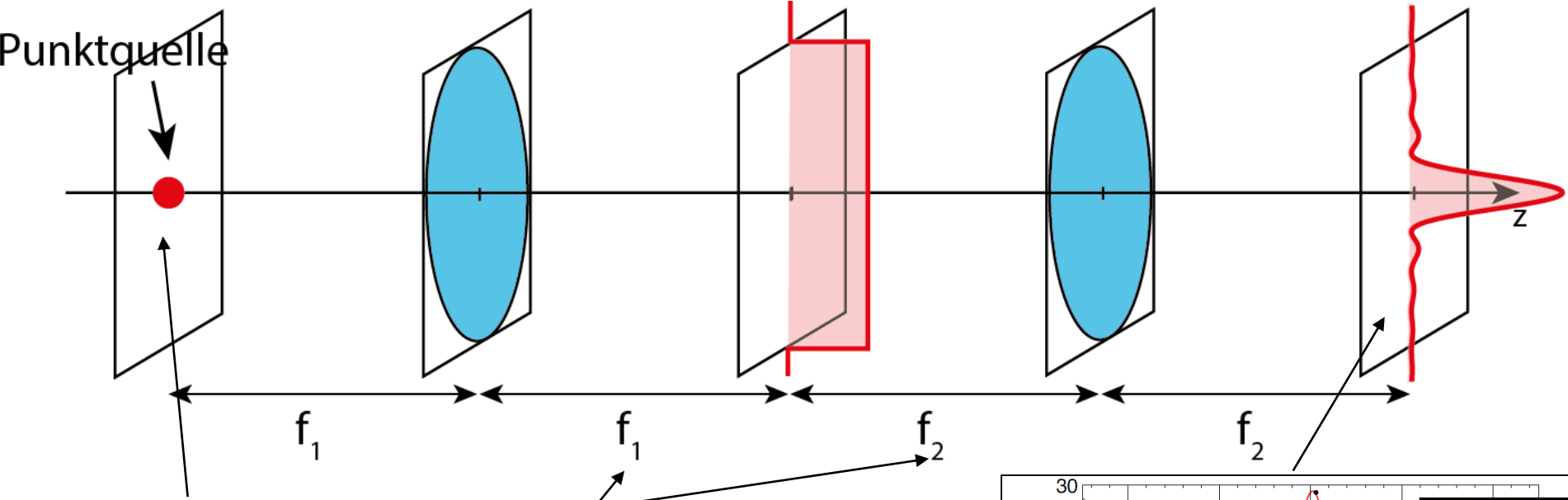
$$k_{\rho}^{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{NA}$$

$$\text{NA} = n \sin \theta_{\max}$$

$$\tilde{\rho} = \frac{\text{NA} \rho}{\lambda_0}$$

$$\frac{J_1(2\pi\tilde{\rho})}{2\pi\tilde{\rho}}$$

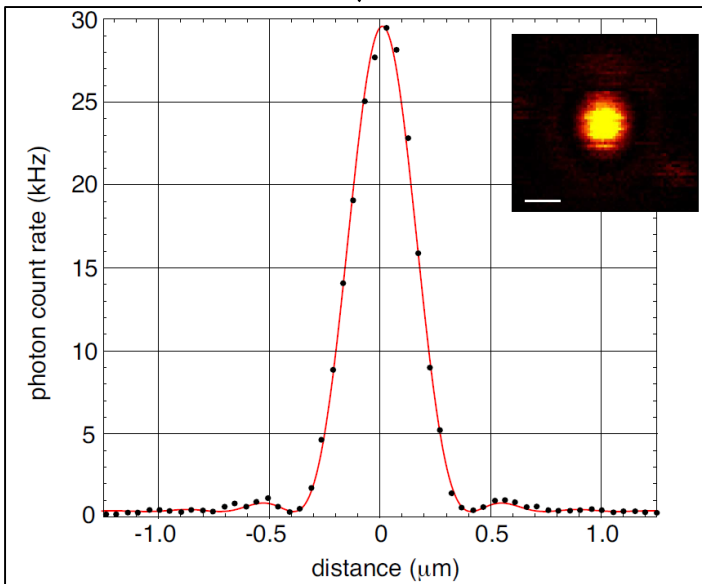
# Mikroskopbild eines einzelnen Moleküls



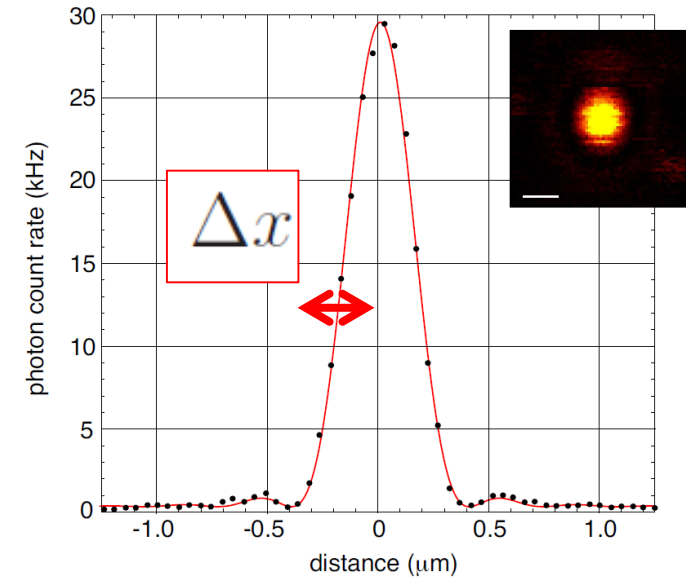
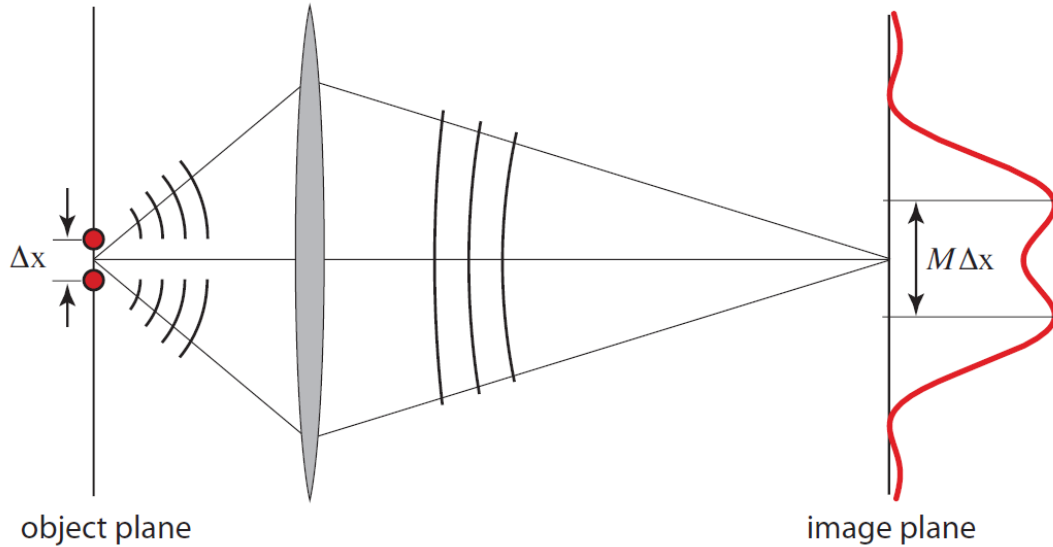
Fluoreszierendes Molekül (< 1nm)

Vergrößerung:

$$M = (n_1/n_2)(f_2/f_1)$$



# Mikroskopbild eines einzelnen Moleküls

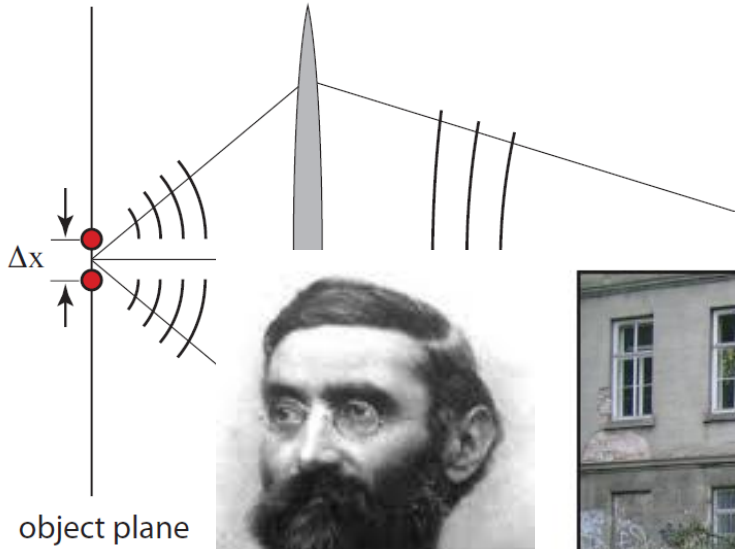


Abbe'sche Auflösungsgrenze:

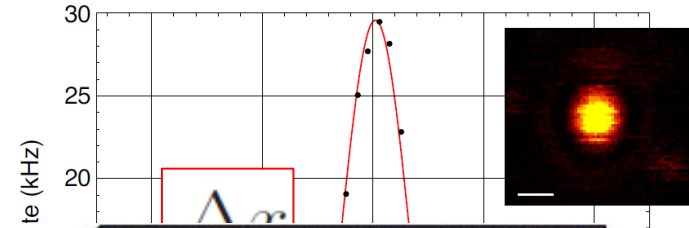
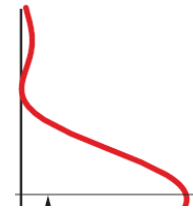
$$\Delta x = 0.6098 \frac{M \lambda}{NA}$$

$$M = (n_1/n_2)(f_2/f_1)$$

# Abbe'sche Auflösungsgrenze



Ernst Abbe (1873).



# Abschluss: Feldwinkelspektrum

- Werkzeug zur Beschreibung der Propagation von Feldern
- Zerlegung in ebene Wellen
- Effekt der Propagation
  - durch freien Raum (weite Strecken): Fouriertrafo
  - Durch Linse (Brennweite): Fouriertrafo
- Auflösungsgrenze limitiert Abbildungen und Fokussierung